UDRUGA MATEMATIČARA RUĐERA BOŠKOVIĆA MOSTAR

NATJECANJE IZ MATEMATIKE UČENIKA VII./8. (VIII./9.) i VIII./8 (IX./9) RAZREDA OSNOVNIH ŠKOLA: HNŽ, ŽSB, ŽZH, HBŽ i ŽP
Neum, Novi Travnik, Ljubuški, Livno, Donja Mahala, 5. travnja 2014.

VII./8. (VIII./9.) RAZRED

Zadatak 1. **Riješi jednadžbu:**

$$\left(1+\frac{1}{2014}\right):\frac{2015}{2013}+\frac{1}{x}-\left(2-0.2\cdot\frac{10}{3}\right):\frac{4}{3}=1-1:\frac{0.2-0.05}{0.8-0.65}$$

RJEŠENJE:

$$\left(1+\frac{1}{2014}\right):\frac{2015}{2013}+\frac{1}{x}-\left(2-0.2\cdot\frac{10}{3}\right):\frac{4}{3}=1-1:\frac{0.2-0.05}{0.8-0.65}$$

$$\frac{2015}{2014}\cdot\frac{2013}{2015}+\frac{1}{x}-\left(2-\frac{2}{10}\cdot\frac{10}{3}\right)\cdot\frac{3}{4}=1-1:\frac{0.15}{0.15}$$

$$\frac{2013}{2014}+\frac{1}{x}-\left(2-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{3}{4}=1-1:1$$

$$\frac{2013}{2014}+\frac{1}{x}-\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4}=1-1$$

$$\frac{2013}{2014}+\frac{1}{x}-1=0$$

$$\frac{1}{x}=1-\frac{2013}{2014}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2014}$$

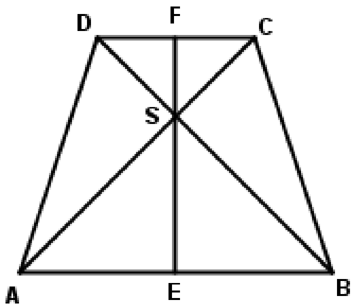
$$x=2014$$

q.e.d.

VII./8. (VIII./9.) RAZRED

Zadatak 2 **U jednakokračnom trapezu $ABCD$ dijagonale su međusobno okomite i duljina visine trapeza jednaka je $14cm$. Izračunaj površinu trapeza $ABCD$.**

RJEŠENJE:



Kako je trapez $ABCD$ jednakokračan, slijedi da je $|BC|=|AD|$ i $\angle ABC=\angle DAB$. Nadalje očito je $\overline{AB}$ zajednička stranica trokuta ABC i ABD, pa su oni sukladni (poučak $S-K-S$). Iz te sukladnosti slijedi da je $\angle CAB=\angle ABD$. Prema tome, trokut ABS je jednakokračan pravokutan trokut pa je $\angle SAB=45^0$,
Sada, neka je $\overline{EF}$ visina trapeza $ABCD$ koja sadrži točku S, te neka je $v_1=|ES|$ i $v_2=|SF|$.
Dakle, $\angle SAE=45^0$, $\angle AES=90^0$, pa je trokut AES jednakokračan pravokutan, što znači da je $|AE|=|ES|$. Kako je $\overline{ES}$ visina jednakokračnog trokuta ABS, slijedi da je $|AE|=|EB|=\frac{a}{2}$. To znači da je $\frac{a}{2}=v_1$.
Analogno je $\frac{c}{2}=v_2$, pa je $v=v_1+v_2=\frac{a+c}{2}$.
Zbog toga je površina trapeza $P(ABCD)=\frac{a+c}{2}\cdot v=v\cdot v=14\cdot 14=196cm^2$.

q.e.d.

UDRUGA MATEMATIČARA RUĐERA BOŠKOVIĆA MOSTAR

NATJECANJE IZ MATEMATIKE UČENIKA VII./8. (VIII./9.) i VIII./8 (IX./9) RAZREDA OSNOVNIH ŠKOLA: HNŽ, ŽSB, ŽZH, HBŽ i ŽP

Neum, Novi Travnik, Ljubuški, Livno, Donja Mahala, 5. travnja 2014.

VII./8. (VIII./9.) RAZRED

Zadatak 3. **U svakom od dva voćnjaka uzgajaju se jabuke i kruške. Pri tome stabla jabuke čine 65% broja stabala u prvom voćnjaku i 45% broja stabala u drugom voćnjaku, odnosno 53% ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno.**
Koliki postotak ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno čine stabla voćaka iz prvog voćnjaka?

RJEŠENJE:

Neka je x broj stabala u prvom, a y u drugom voćnjaku. U oba voćnjaka tada ima $x+y$ stabala voćaka. Broj stabala jabuke u prvom voćnjaku je $65\%x=\frac{65}{100}x$, u drugom voćnjaku $45\%y=\frac{45}{100}y$, a u oba voćnjaka zajedno $53\%(x+y)=\frac{53}{100}(x+y)$. Prema tome, vrijedi jednakost

$$\frac{65}{100}x+\frac{45}{100}y=\frac{53}{100}(x+y),$$

tj. nakon množenja sa 100, imamo $65x+45y=53(x+y)$. Nas zanima omjer $\frac{x}{x+y}$, pa prethodnu jednakost zapišimo u obliku $45x+20x+45y=53(x+y)$, odakle je $45(x+y)+20x=53(x+y)$, tj. $20x=8(x+y)$, odnosno $\frac{x}{x+y}=\frac{8}{20}=\frac{40}{100}$.
Dakle, $x=40\%(x+y)$, tj. voćke iz prvog voćnjaka čine 40% ukupnog broja stabala u oba voćnjaka zajedno.

q.e.d.

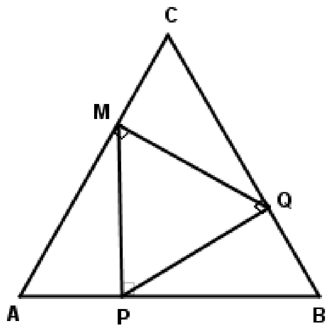
UDRUGA MATEMATIČARA RUĐERA BOŠKOVIĆA MOSTAR

NATJECANJE IZ MATEMATIKE UČENIKA VII./8. (VIII./9.) i VIII./8 (IX./9) RAZREDA OSNOVNIH ŠKOLA: HNŽ, ŽSB, ŽZH, HBŽ i ŽP
Neum, Novi Travnik, Ljubuški, Livno, Donja Mahala, 5. travnja 2014.

VII./8. (VIII./9.) RAZRED

Zadatak 4. **Dan je jednakostraničan trokut** ABC **, pri čemu je** $|AB| = 9cm$**. Neka je točka** M **na stranici** $\overline{AC}$ **, točka** P **nožište okomice iz** M **na** $\overline{AB}$ **, točka** Q **nožište okomice iz** P **na** $\overline{BC}$ **i okomica iz** Q **na** $\overline{AC}$ **siječe** $\overline{AC}$ **u točki** M **. Izračunaj duljinu** $|AM|$**.**

RJEŠENJE:



Kako je ΔABC **jednakostraničan, onda je** $|\angle CAB| = |\angle ABC| = |\angle BCA| = 60^0$**.**
Obzirom da je $|\angle APM| = 90^0$ **, onda je** $|\angle PMA| = 180^0 - |\angle APM| - |\angle MAP| =$
$= 180^0 - |\angle APM| - |\angle CAB| = 180^0 - 90^0 - 60^0 = 30^0$
Analogno, $|\angle QPB| = 30^0$ **i** $|\angle MQC| = 30^0$.
To znači da su $\Delta APM, \Delta BQP$ **i** ΔCMQ **polovice jednakostraničnog trokuta.**
Vrijedi $|\angle APM| + |\angle MPQ| + |\angle QPB| = 180^0$ **odnosno** $|\angle MPQ| = 60^0$**.**
Analogno, $|\angle PQM| = 60^0$ **i** $|\angle QMP| = 60^0$ **što znači da je** ΔPQM **jednakostraničan.**
Iz $|MP| = |PQ| = |QM|$, $|\angle APM| = |\angle BQP| = |\angle QMC| = 90^0$ **i**
$|\angle PMA| = |\angle QPB| = |\angle MQC| = 30^0$ **prema poučku** $K - S - K$ **o sukladnosti slijedi**
$\Delta APM \cong \Delta BQP \cong \Delta CMQ$

Dakle, $|AP| = |CM|$ **i** $|AP| = \frac{|AM|}{2}$,

Slijedi $|AM| + |MC| = 9$

$$2|AP| + |AP| = 9$$
$$3|AP| = 9$$
$$|AP| = 3$$

odnosno $|AM| = 6cm$**.**

q.e.d.